



# Incertitude stratégique et sélection d'équilibre : deux applications

Jean-Marc Tallon

## ► To cite this version:

Jean-Marc Tallon. Incertitude stratégique et sélection d'équilibre : deux applications. Revue d'économie industrielle , 2006, 114-115, pp.105-118. halshs-00177058

**HAL Id: halshs-00177058**

**<https://shs.hal.science/halshs-00177058>**

Submitted on 5 Oct 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Incertitude stratégique et sélection d'équilibre : deux applications

Jean-Marc Tallon\*

21 avril 2006

## Résumé

## 1 Introduction

L'un des enseignements des modèles abstraits présentés dans l'article précédent est l'importance potentiellement très grande de la prise en compte de l'“incertitude stratégique”, à savoir l'incertitude sur les actions et les croyances des autres, dans la modélisation d'une situation d'interaction.

Pour résumer le principe général et la philosophie de cette approche, on peut proposer le raccourci suivant. Reconnaître le rôle des anticipations conduit souvent à des équilibres multiples ; cette constatation provient du principe même de l'équilibre de Nash et du fait que les anticipations y sont auto-réalisatrices. Mais l'existence d'équilibres multiples peut créer des problèmes, notamment d'un point de vue prédictif. Comment savoir quel équilibre va se réaliser ? La multiplicité d'équilibres a parfois été vue comme pouvant expliquer une certaine volatilité : l'économie passerait d'un équilibre à un autre au gré de changement d'anticipations (les *animal spirits* de Keynes ou les taches solaires de Cass et Shell (1983)). Mais l'idée que certains phénomènes peuvent être expliqués par le passage d'un équilibre à un autre est insatisfaisante d'un point de vue théorique : on aimerait

---

\*Centre d'économie de la Sorbonne, CNRS-Université Paris I, [jmtallon@univ-paris1.fr](mailto:jmtallon@univ-paris1.fr)

savoir pourquoi les anticipations ont changé à tel ou tel moment. L'explication de certaines situations par les équilibres multiples possède donc un caractère incomplet. De plus, d'un point de vue empirique, les équilibres multiples ne sont pas nécessairement faciles à identifier (voir par exemple Davis et Weinstein (2004)).

L'intérêt de l'approche par les jeux globaux ("global games") est précisément d'ancrer les anticipations sur des variables exogènes réelles. On peut ainsi garder l'aspect auto-réalisateur des anticipations mais en restaurant l'unicité de l'équilibre et donc un meilleur pouvoir prédictif du modèle. Nous illustrons ces mécanismes sur deux exemples. Le premier a trait au choix résidentiel d'agents qui ont une préférence "identitaire". Le second a trait à la contagion de paniques bancaires d'un pays à un autre. De manière plus générale, tous les jeux qui présentent des complémentarités stratégiques sont susceptibles d'être analysés au moyen des techniques des "global games" (voir Vives (2005))<sup>1</sup>. Il convient toutefois de rappeler que les techniques utilisées demeurent assez spécifiques : l'incertitude stratégique porte essentiellement sur les croyances de premier degré des autres acteurs. Or, si de manière plus générale on suppose que cette incertitude peut porter sur des ordres plus élevés, les conclusions des modèles peuvent changer. Ainsi, Weinstein et Yildiz (2004) montrent que dans un oligopole de Cournot, il y a une très grande multiplicité d'équilibres si on suppose que l'incertitude porte sur les croyances de niveaux suffisamment élevés.

## 2 Un exemple de sélection d'équilibre : l'approche par les "jeux globaux"

L'article précédent a donné un aperçu des modes de sélection d'équilibre basés sur l'introduction d'information incomplète. Nous donnons ici un exemple de ce

---

<sup>1</sup>La définition précise se trouve dans l'article d'Olivier Tercieux dans ce numéro. Par exemple, un jeu d'investissement en R&D est à complémentarités stratégiques si le rendement de l'investissement d'une entreprise augmente avec le montant investi par les autres entreprises. On peut également concevoir que si un pays augmente ses dépenses d'armements, son adversaire va répondre en augmentant également ses dépenses ; lors d'une panique bancaire, si la plupart des clients d'une banque retirent leur dépôt, il peut être bénéfique pour les autres clients de retirer leur dépôt également...

type de mode de sélection (les jeux globaux) développé à l'origine par Carlsson et Van Damme (1993). Reprenons l'exemple à deux joueurs (1 et 2) et deux actions (I, investir et NI, ne pas investir) en modifiant un peu les paiements, pour reprendre l'exemple introductif de Carlsson et Van Damme (1993) :<sup>2</sup>

	I	NI
I	$x, x$	$x, 0$
NI	$0, x$	$4, 4$

Si  $x > 4$ , il est facile de voir que chaque joueur possède une stratégie dominante, I. A l'inverse, si  $x < 0$ , chaque joueur a une stratégie dominante qui est de ne pas investir, NI. Pour des valeurs de  $x$  intermédiaires, comprises entre 0 et 4, il existe deux équilibres de Nash, (I,I) et (NI,NI).

Supposons maintenant que le paramètre  $x$  soit en fait incertain, et plus spécifiquement, que ce soit la réalisation d'une variable aléatoire  $\tilde{x}$ , distribuée uniformément sur  $[\underline{x}, \bar{x}]$ , où  $\underline{x} < 0$  et  $\bar{x} > 4$ . Etant donnée la réalisation  $x$ , le joueur  $i$  en observe un signal  $\theta_i$ , imparfait. Pour une réalisation  $x$ , le signal  $\theta_i$  est lui même la réalisation d'une variable aléatoire  $\tilde{\theta}_i$  distribuée uniformément sur  $[x - \varepsilon, x + \varepsilon]$  où  $\varepsilon$  est un paramètre que l'on peut choisir arbitrairement petit, en sorte que l'erreur d'observation peut être rendue aussi petite que l'on veut. On suppose par ailleurs que les erreurs d'observation faites par les deux joueurs,  $\tilde{\theta}_1 - x$  et  $\tilde{\theta}_2 - x$  sont indépendantes. Toute cette structure probabiliste est supposée connaissance commune entre les deux joueurs.

Le joueur  $i$  qui a observé le signal  $\theta_i$  aura une croyance a posteriori sur  $x$  qui est uniforme sur  $[\theta_i - \varepsilon, \theta_i + \varepsilon]$ . Etant donné son signal, le gain espéré à jouer I est donc simplement  $\theta_i$ . De manière plus intéressante, le signal observé par le joueur  $i$  induit également une distribution de probabilité sur ce que  $i$  croit que  $j$  peut avoir observé :  $i$  considère que toutes les réalisations de  $\tilde{x}$  dans l'intervalle  $[\theta_i - \varepsilon, \theta_i + \varepsilon]$  sont possibles (et équiprobables). Si la réalisation (que  $i$  n'observe pas) est par exemple égale à la borne inférieure de cet intervalle, soit  $\theta_i - \varepsilon$ . Le joueur  $i$  pense alors que  $j$  a pu recevoir un signal compris entre  $\theta_i - 2\varepsilon$  et  $\theta_i$ . A l'opposé, si la réalisation était en fait  $\theta_i + \varepsilon$ , le joueur  $i$  pense alors que  $j$  a pu

---

<sup>2</sup>Morris et Shin (2003) reprend un exemple similaire.

recevoir un signal compris entre  $\theta_i, \theta_i + 2\varepsilon$ . Ce raisonnement montre de manière assez intuitive que, après avoir observé  $\theta_i$ ,  $i$  pense que le signal de  $j$  est distribué de manière symétrique autour de  $\theta_i$ , de support  $[\theta_i - 2\varepsilon, \theta_i + 2\varepsilon]$ .

Construisons maintenant l'équilibre bayésien de ce jeu, pour des valeurs de  $\varepsilon$  faibles (inférieures à  $-\underline{x}/2$ ). Partons de l'hypothèse selon laquelle 1 a reçu un signal faible, inférieur à 0 :  $\theta_1 < 0$ . Dans ce cas, jouer I lui rapporte un paiement strictement négatif quelque soit l'action jouée par le joueur 2. Jouer NI lui rapporte en revanche un paiement positif quelle que soit l'action jouée par 2. Ainsi, NI domine strictement I (conditionnellement au fait d'avoir reçu un signal négatif). Ce raisonnement est valable également pour le joueur 2, en conséquence de quoi les deux joueurs *savent* que si leur opposant a reçu un signal négatif, celui-ci a une stratégie dominante qui est de jouer NI. Imaginons maintenant que le joueur 1 reçoive le signal  $\theta_1 = 0$ . Dans ce cas, il pense que 2 a reçu un signal négatif avec probabilité 1/2, et que dans cette éventualité, 2 jouera NI. Ainsi, si  $\theta_1 = 0$ , 1 pense que 2 joue NI avec une probabilité au moins égale à 1/2 et un calcul simple montre que 1 a alors intérêt à également jouer NI. La conclusion de ce raisonnement est que, par des arguments de dominance itérée, 2 sait que 1 ne jouera pas I s'il reçoit le signal 0. On voit ainsi se "propager" la stratégie NI, dominante pour les valeurs faibles de  $\theta_1$  vers des valeurs plus élevées. Notons  $\sigma_1^*$  la plus petite réalisation du signal telle qu'il devient impossible d'établir par un raisonnement de dominance du type mené ci-dessus, que 1 jouera NI.

Par symétrie,  $\sigma_1^* = \sigma_2^* \equiv \sigma^*$ . Imaginons maintenant que le joueur 1 reçoive précisément ce signal  $\sigma^*$ . Il sait alors qu'avec probabilité 1/2, 2 a reçu un signal inférieur, auquel cas, par définition de  $\sigma^*$  il va jouer NI. Le joueur  $i$  a alors un gain espéré d'au moins 2 à jouer NI. Puisqu'il a un gain espéré de  $\sigma^*$  à jouer I, et que la valeur de  $\sigma^*$  est telle qu'il joue précisément I pour ce signal, ceci établit que  $\sigma^* \geq 2$ .

Un raisonnement symétrique établit que l'action I, dominante pour des réalisations élevées du signal ( $\theta_i > 4$ ), se propage, via des arguments de dominance pour des réalisations plus faibles. Soit  $\sigma_i^{**}$  la plus grande valeur du signal telle qu'il devient impossible d'établir par un raisonnement de dominance que 1 jouera I. Par

symétrie,  $\sigma_1^{**} = \sigma_2^{**} \equiv \sigma^{**}$ . Reprenons alors le raisonnement ci-dessus et supposons que 1 ait reçu le signal  $\sigma^{**}$ . Par définition, 1 joue NI dans ce cas. Par construction, nous savons aussi qu'il pense que 2 a reçu un signal supérieur à  $\sigma^{**}$  avec probabilité  $1/2$  et donc joue I avec une probabilité au moins égale à  $1/2$ . Jouer NI rapporte donc au plus 2 au joueur 1, ce qui établit que  $\sigma^{**} \leq 2$ . Le reste de l'argument consiste à observer que puisque l'on doit avoir  $\sigma^* \leq \sigma^{**}$ , ceci force l'égalité :  $\sigma^* = \sigma^{**} = 2$ . Pour résumer, nous avons établi ici que le jeu en information incomplète a pour *unique* équilibre la paire de stratégies "Jouer I si le signal est supérieur à 2 et jouer NI si le signal est inférieur à 2".

Nous détaillons maintenant les conséquences de ce résultat en termes de sélection d'équilibre dans le jeu en information complète sous jacent. En effet, l'analyse menée est valable pour  $\varepsilon$  aussi proche de zéro qu'on le souhaite. Or, pour  $\varepsilon = 0$  le jeu en information incomplète analysé se réduit au jeu en information complète dont on a établi plus haut qu'il avait deux équilibres de Nash lorsque  $x \in [0, 4]$ . Lorsque  $x > 2$  et que  $\varepsilon$  est proche de zéro, les deux joueurs reçoivent nécessairement un signal supérieur à 2, et par l'argument présenté, l'unique équilibre est (I,I). En ce sens, on dira que (I,I) est sélectionné dans le jeu en information complète. A l'inverse, lorsque  $x < 2$  et que  $\varepsilon$  est proche de zéro, les deux joueurs reçoivent nécessairement un signal inférieur à 2 et l'unique équilibre est (NI,NI).

On voit donc que l'introduction d'un bruit, faible, sur les paiements réels des joueurs, permet d'éliminer un des deux équilibres du jeu en information complète. (I,I) est éliminé pour les valeurs de  $x$  inférieures à 2 et (NI,NI) est éliminé pour les valeurs de  $x$  supérieures à 2. On peut alors s'interroger sur les caractéristiques des équilibres sélectionnés. Carlsson et Van Damme (1993) établissent que ce sont les équilibres risque-dominant<sup>3</sup>. Dans le cadre qui nous intéresse, dire que (I,I) est risque-dominant lorsque  $x > 2$  revient à dire que, dans le jeu en information complète, si 1 pense que 2 va jouer I avec une probabilité supérieure à  $1/2$ , alors I a aussi intérêt à jouer I. On peut vérifier que si  $x < 2$ , on a bien, à l'inverse, que (NI,NI) est risque-dominant.

---

<sup>3</sup>Voir l'article d'Olivier Tercieux pour la définition précise de ce concept et son lien avec la  $p$ -dominance.

Au total, l'argument développé dans cette section (et qui se généralise à une classe de jeux plus large, voir Carlsson et Van Damme (1993), Morris et Shin (2003), Frankel, Morris, et Pauzner (2003)) montre comment un type d'équilibre de Nash est sélectionné par l'ajout d'un bruit, aussi faible qu'on le veut, sur les paiements, lorsque l'on peut étendre des raisonnements de dominance, valables pour certaines valeurs des paramètres, à l'ensemble des paramètres. La propriété importante permettant cette propagation est le fait qu'il existe des complémentarités stratégiques dans le jeu : c'est par exemple le cas dans le jeu de coordination que nous avons étudié ici. Ce sera également le cas dans les deux exemples que nous décrivons maintenant.

### 3 Anticipations et choix résidentiels

Le premier exemple que nous traitons concerne les choix résidentiels d'agents qui anticipent l'évolution de la composition sociale du quartier. Frankel et Pauzner (2002) étudient le rôle de ces anticipations dans la localisation des agents. Les techniques utilisées ne relèvent pas à strictement parler des "global games" exposés ci-dessus, mais reposent sur un argument similaire. Nous ne développerons pas l'aspect technique mais insisterons plutôt sur la manière dont les équilibres du jeu sont modifiés selon la façon dont les anticipations entrent dans le modèle.

Considérons un modèle simplifié qui permet de mettre l'accent sur le rôle des anticipations dans les choix de localisation à l'exclusion de tout autre facteur. Il existe uniquement deux types d'agents (les riches et les pauvres, les blancs et les noirs, les protestants et les catholiques, les arabes et les juifs,...). Chaque type a une préférence pour vivre dans un quartier composé d'agents du même type. Les blancs préfèrent ainsi vivre entre eux et de la même manière les noirs préfèrent vivre entre eux. Imaginons un quartier qui ne peut accueillir qu'une portion infime des agents considérés. Tous les agents, noirs ou blancs, peuvent emprunter librement au même taux d'intérêt et ont un même taux d'escompte. Chaque maison du quartier est vendue au plus offrant, c'est-à-dire à l'agent dont la disposition à payer est la plus grande. Le modèle comporte en plus des frictions qui empêchent les agents de changer de localisation à chaque instant : un agent reçoit de manière

aléatoire l'occasion de déménager (la technique générale nécessitant la présence de ces frictions est discutée dans Burdzy, Frankel, et Pautner (2001)). Ainsi, lorsqu'un agent reçoit la possibilité de déménager, il vend sa maison à l'acheteur le plus offrant (qui peut être l'agent lui-même, auquel cas il continue d'occuper sa maison). Il n'y a aucun coût de transactions. L'acheteur vient habiter la maison sans délai, changeant ainsi possiblement la composition du quartier. En enchérissant, les acheteurs potentiels prennent en compte le fait qu'ils ne pourront pas revendre la maison, s'ils l'obtiennent, avant d'avoir une occasion (tirée de manière aléatoire).

La différence entre la disposition à payer des blancs et celle des noirs provient de deux facteurs. Premièrement la composition du quartier : toutes choses égales par ailleurs, un noir est prêt à payer plus cher une maison si le quartier est composé principalement de noirs que si le quartier était composé principalement de blancs (et vice versa pour les blancs). Deuxièmement, la valorisation d'un facteur exogène qui modifie l'attrait relatif du quartier pour chaque catégorie d'agents. Si l'on suppose par exemple que les inégalités d'éducation font que les noirs sont moins qualifiés que les blancs, ce paramètre abstrait pourrait refléter l'idée qu'un quartier proche d'usines demandeuses de main d'œuvre peu qualifiée est plus attractif pour les noirs qui vont travailler dans ces usines que pour les blancs qui travaillent ailleurs<sup>4</sup>. Ce paramètre évolue au cours du temps (la demande pour la main d'œuvre peu qualifiée aux alentours du quartier est sujette à une tendance à la délocalisation ou au contraire, au développement d'une zone industrielle) ou à des aléas (la demande dépend de la conjoncture). La seule différence entre noirs et blancs dans ce modèle provient en premier lieu de leur valorisation différente d'une maison selon la composition du quartier et deuxièmement de leur valorisation différente d'une maison selon la valeur du paramètre exogène.

Commençons par considérer le cas où le paramètre exogène est fixe et n'évolue pas au cours du temps. En l'absence d'évolution exogène du paramètre, il existe plusieurs équilibres à anticipations rationnelles. Plus précisément, il existe trois régions pour le paramètre. Pour les valeurs inférieures à un certain seuil, les ca-

---

<sup>4</sup>Ceci est par exemple représentatif de l'évolution de l'attractivité pour les noirs des villes du nord-est des Etats-Unis demandeuses de main d'œuvre, lorsque ceux-ci ont émigré du sud vers le nord.



ractéristiques exogènes du quartier, reflétées par le paramètre, sont telles que quelle que soit la composition du quartier les noirs sont prêts à payer plus que les blancs pour y vivre. Dans ce cas, l'équilibre est simple à caractériser : le quartier est tout entier peuplé de noirs et le prix des maisons est déterminé à l'équilibre. Le symétrique de cet équilibre est lorsque le paramètre est supérieur à un seuil (bien entendu plus élevé que le précédent). Dans ce cas, les caractéristiques du quartier sont telles que les blancs sont prêts à payer plus que les noirs et ce quelle que soit la composition du quartier. L'équilibre pour ces valeurs du paramètre est là encore unique et le quartier est entièrement composé de blancs.

Le cas plus intéressant est pour les valeurs intermédiaires du paramètre. Dans ce cas de figure, il existe des équilibres multiples, qui dépendent des anticipations. Ces dernières étant auto-réalisatrices, il s'agit bien d'équilibre de Nash au sens habituel. Plus précisément, pour une valeur du paramètre comprise entre les deux seuils identifiés plus haut, deux équilibres peuvent exister. Prenons une configuration extrême, dans laquelle le quartier est exclusivement peuplé de blancs. Supposons que tous les acteurs anticipent qu'à long terme (i.e., à l'équilibre) le quartier sera entièrement peuplé de noirs. Dans ce cas, les noirs sont prêts à payer plus que les blancs pour vivre dans ce quartier et l'anticipation (que le quartier sera noir) se réalise. Nous sommes bien dans une configuration d'équilibre. Mais imaginons à l'inverse que les anticipations soient que le quartier sera exclusivement peuplé de blancs. Dans ce cas opposé, il est simple de comprendre que ces anticipations se réaliseront, les blancs étant prêts à payer plus que les noirs pour habiter le quartier en question.

Que peut-on retenir de cette analyse très sommaire du rôle des anticipations dans le choix de localisation ? Si les acteurs avaient des anticipations “myopes” (ils anticipent que la composition du quartier à l'équilibre sera la même que la composition actuelle), alors l'occurrence d'équilibres multiples, dans ce modèle simple, est impossible. Le caractère myope des anticipations pose toutefois un double problème. Premièrement, d'un point de vue théorique, il n'est pas satisfaisant de faire l'hypothèse que les acteurs soient aussi bornés dans leurs anticipations. Deuxièmement, les faits ne semblent pas donner raison à cette hypothèse. Ainsi,

T. Schelling rapporte une étude de 1960 portant sur un quartier de 700 maisons occupées exclusivement par des familles blanches selon laquelle “quelques maisons furent vendues à des noirs en 1955. La vente de la troisième maison convainquit tout le monde que le quartier allait devenir mixte. Une année plus tard, 40 maisons avaient été vendues à des noirs. Dans un délai de deux ans, le pourcentage de maisons habitées par des noirs était de plus de 50%”.

Reconnaître l’impact des anticipations conduit à reconnaître l’existence d’équilibres multiples pour certaines valeurs d’un paramètre exogène reflétant l’attractivité intrinsèque du quartier pour les différents acteurs. Doit-on pour autant s’arrêter à ce constat de possibilité de multiplicité ? Il y a un côté “inachevé” dans une explication de phénomènes économiques dépendant de la présence d’équilibres multiples. Comment l’équilibre effectivement réalisé est-il “sélectionné” ? Comment les anticipations se déterminent-elles (le raisonnement “à l’équilibre” est certes instructif, mais semble ignorer le mécanisme par lequel se forment les anticipations) ?

Complétant l’analyse, Frankel et Pauzner (2002) étudient alors deux extensions de leur modèle. La première consiste à supposer qu’il existe une tendance pour le paramètre exogène. Supposons par exemple que la tendance soit favorable aux noirs : le paramètre possède une tendance qui le rend comparativement de plus en plus attractif pour les noirs. Dans ce cas, on peut établir que la région du paramètre pour laquelle il y a équilibres multiples se réduit. Plus précisément, partons d’une configuration dans laquelle le quartier est entièrement habité par des blancs. Comme la tendance est contraire aux blancs, on sait qu’à long terme, le quartier sera entièrement habité par des noirs. Plus intéressante est la détermination du moment auquel aura lieu la transition : du fait de la tendance, on sait qu’il existe une valeur seuil du paramètre pour laquelle les noirs sont disposés à payer plus que les blancs pour habiter le quartier même si ils anticipent que le quartier restera blanc à jamais. Maintenant, pour des valeurs justes inférieures du paramètre, sachant que le quartier in fine sera noir, il est intuitif de voir que les noirs seront prêts à payer plus que les blancs pour venir habiter ce quartier. La récurrence arrière commence et on peut établir que les noirs seront prêts à payer plus que les blancs dès que l’anticipation d’une transition est auto-réalisatrice. En d’autres termes, les

noirs arriveront dans le quartier dès que le paramètre aura franchi la valeur seuil du modèle statique dans lequel ils étaient prêts à payer plus que les blancs même si l'anticipation était que le quartier allait demeurer blanc. Ainsi, l'anticipation du changement, conformément à la description de Schelling, accélère celui-ci.

L'autre extension proposée est de considérer non plus une tendance déterministe pour le paramètre mais plutôt que celui-ci est frappé par des chocs aléatoires rendant plus ou moins attractif (comparativement) le quartier pour les deux types d'agents. Dans ce cas, les auteurs établissent que, même si il n'existe aucune tendance (stochastique) pour les chocs, il existe un équilibre unique. Lorsque les chocs deviennent de plus en plus faibles et négligeables, en partant d'un quartier entièrement blanc, l'équilibre consiste en un quartier entièrement noir si et seulement si l'anticipation d'une transition vers un quartier noir est auto-réalisatrice dans un environnement statique. Le raisonnement est plus complexe que dans le cas de la tendance. On fait également apparaître un phénomène d'hystérèse : lorsque le paramètre franchit un certain seuil, l'entrée des blancs (par exemple) fait que le seuil en deçà duquel les noirs recommenceront à acheter décroît. Ainsi, plus long est l'épisode pendant lequel les blancs arrivent, plus difficile sera l'inversion de la tendance.

Quelle conclusion tirer de ce modèle stylisé, simple et pourtant assez riche pour faire apparaître de multiples configurations d'équilibre ? Tout d'abord, de manière peu originale, les anticipations "comptent". Mais surtout, l'intérêt de l'analyse est de montrer très précisément où intervient le processus de "contagion épistémique" qui fait que l'anticipation d'une transition accélère celle-ci. De manière intéressante le processus de contagion se produit, que ce soit à cause de l'existence d'une tendance exogène ou bien simplement de l'existence de chocs aléatoires, du fait de la coordination des anticipations induite par cette hypothèse. Comme il est connaissance commune que la tendance par exemple existe et est en faveur d'un quartier noir, les acteurs se coordonnent implicitement sur une trajectoire d'équilibre. Ainsi, à l'opposé de ce qui se passe dans les "global games", c'est ici l'introduction d'une information publique qui crée les conditions de la coordination, et par là même, l'existence d'un unique équilibre. Toutefois, la ver-

sion stochastique du modèle donne à l’instar de ce qui se passe dans les “global games”, un rôle central à l’incertitude créée par la présence d’un choc aléatoire sur le paramètre. Celle-ci permet de s’assurer que les régions “extrêmes” pour le paramètre (celles pour lesquelles, quelles que soient les anticipations le quartier sera blanc ou à l’inverse noir) peuvent être atteintes. L’élément nécessaire pour éliminer la multiplicité d’équilibre prend ici la forme de frictions en ce sens que tous les acteurs ne peuvent pas prendre leur décision en même temps. Dans ce cas, une logique proche de l’argument de contagion propre au “global games” ou au jeu du message électronique de Rubinstein (1989) s’applique et assure l’existence d’un équilibre unique. Le “long terme” constitue un point d’ancrage pour les anticipations des agents qui déterminent alors ce qui se passe à un horizon plus rapproché, de la même manière que, dans les “global games”, les choix de stratégies dominantes pour certaines configurations a priori possibles du jeu imposent, par un argument de contagion, un équilibre unique dans le jeu sous information complète.

Pour conclure cette section, il est intéressant de comparer la logique du modèle de Frankel et Pauzner (2002) avec celle, évolutionnaire, du modèle de ségrégation de Schelling (Schelling (1960), Young (1998), dont la dynamique est reprise dans l’article de Baron et Solal dans ce numéro). Le modèle de Schelling est différent en ce sens qu’il regarde essentiellement deux quartiers. Un ménage habitant le quartier A a la possibilité (aléatoire) d’échanger de localisation avec un ménage habitant le quartier B si ils y ont un avantage commun. On introduit la possibilité d’erreurs (à savoir de transactions n’étant pas Pareto améliorantes) de manière à avoir une dynamique stochastique. La dynamique de ce modèle conduit à un équilibre stochastiquement stable qui est ségrégué. Le quartier A sera exclusivement peuplé de noirs et B de blancs ou inversement : ainsi la dynamique évolutionnaire conduit à de la ségrégation, comme dans Frankel et Pauzner (2002), mais il existe deux équilibres selon la répartition dans chaque quartier. L’introduction d’un paramètre exogène dans ce modèle, permettant de distinguer les deux quartiers, permettrait de résoudre le problème de multiplicité, et conduirait donc à une prévision d’équilibre similaire à l’approche exposée plus haut.

## 4 Paniques bancaires et contagion financière

Le second exemple développé est d'une nature différente puisqu'il s'agit maintenant d'une application directe de la technique de sélection d'équilibre des "global games". Nous nous concentrerons sur le modèle de Goldstein et Pauzner (2004)<sup>5</sup>

L'originalité de ce modèle est d'étudier la contagion de paniques bancaires alors que celles-ci sont elles-mêmes liées à des anticipations auto-réalisatrices. Le modèle est là encore très stylisé, mais permet de mettre en avant les mécanismes propres aux "global games". Deux pays, ex ante identiques, subissent des chocs aléatoires sur leurs fondamentaux. Ces chocs sont supposés indépendants : sans autre forme de liens, les deux pays évolueraient de manière non corrélée. Chaque agent dans chaque pays reçoit un signal imparfait (indépendant conditionnellement à la réalisation du choc) sur le choc dans chaque pays. Les agents ont la possibilité d'investir dans les deux pays. Dans chaque pays ils peuvent soit retirer leur investissement prématurément, en subissant une décote mais en ayant un rendement certain, soit attendre jusqu'à maturité, auquel cas le rendement est risqué mais d'espérance plus élevée. Le rendement à maturité dépend de deux facteurs : premièrement du niveau des fondamentaux dans le pays (noté  $\theta_i$  où  $i = 1, 2$  est l'indice du pays) et deuxièmement de la proportion d'investisseurs ayant retiré prématurément. Il est supposé que plus le nombre d'agents ayant attendu la maturité de l'investissement est élevé, plus le rendement à maturité est élevé. On voit donc que le rendement dépend à la fois d'un paramètre exogène mais également du comportement des agents. Il est fait l'hypothèse que lorsque le paramètre  $\theta_i$  est en deçà d'un certain seuil, alors quelle que soit la proportion d'agents ayant retiré prématurément, un agent a toujours intérêt à retirer son investissement (c'est pour lui une stratégie dominante). De manière symétrique, il existe une région pour le paramètre  $\theta_i$  telle que dans cette région, la stratégie dominante d'un agent est de garder l'investissement jusqu'à maturité. Pour les valeurs intermédiaires, il existe des équilibres multiples.

Nous étudions maintenant la contagion d'une panique bancaire d'un pays vers

---

<sup>5</sup>D'autres modèles de ce phénomène existent, qui reposent sur des techniques assez proches ; voir Rochet et Vives (2004), Goldstein et Pauzner (2005), Dasgupta (2004).

l'autre. La séquence d'actions est la suivante. Initialement, les agents détiennent des investissements dans les deux pays. Ils observent alors un signal sur les fondamentaux dans le pays 1 et décident de retirer prématurément ou non leur investissement du pays 1. La réalisation des fondamentaux et la proportion d'agent ayant retiré dans le pays 1 sont alors connues de tous. Les agents observent ensuite les signaux sur les fondamentaux du pays 2, et décident enfin, au vu de cette information et de leurs anticipations, de retirer ou non leur investissement dans le pays 2.

Le premier résultat important est l'unicité de l'équilibre dans le pays 2. Ce résultat est la conséquence directe de l'introduction d'un signal bruité sur les fondamentaux du pays. Pour toute réalisation des fondamentaux et actions des agents dans le pays 1, la situation dans le pays 2 peut s'analyser au moyen des techniques développées par Carlsson et Van Damme (1993), Morris et Shin (2003) ou encore Frankel, Morris, et Pauzner (2003) et que nous avons rappelées dans l'exemple de la première section. Il existe des régions pour le paramètre  $\theta_2$  telles que les agents ont des actions dominantes (soit retirer, soit garder leur investissement jusqu'à maturité). Le fait que les agents décideront de retirer si le paramètre est en deçà d'un seuil  $\underline{\theta}$  quelles que soient leurs anticipations sur le comportement des autres implique qu'un agent ayant obtenu un signal juste au dessus de ce seuil décidera également de retirer : du fait de l'incertitude sur les signaux reçus par les autres (i.e., l'agent ayant reçu un signal juste au dessus du seuil sait que de nombreux agents ont du avoir un signal en deçà de ce seuil) et du fait de l'existence de complémentarités stratégiques, cet agent décidera de retirer. En répétant cet argument, on étend la région des signaux pour laquelle les agents retirent prématurément. En raisonnant de manière symétrique à partir des signaux proches du seuil supérieur, on étend la région des signaux pour laquelle les agents décident de garder leur investissement. Il est possible de montrer que ces deux régions ont une frontière commune et donc que la possibilité d'équilibres multiples disparaît.

Alors même que la possibilité d'équilibres multiples disparaît, il convient de réaliser le caractère auto-réalisateur des paniques bancaires dans le pays 2 : entre

les deux seuils pour le paramètre, chaque agent décide de retirer (et donc de créer une panique bancaire) uniquement parce que les autres décident également de retirer. Le mécanisme important est que les fondamentaux dans le pays 2 fixent les croyances des agents qui, à leur tour déterminent leur comportement.

En raisonnant par récurrence à rebours, on étudie maintenant l'équilibre dans le pays 1. L'analyse est un peu moins directe que pour le pays 2. La décision d'un agent pour le pays 1 dépend de sa croyance sur la proportion d'agents qui retire, le signal reçu sur les fondamentaux, et enfin la richesse anticipée de son investissement dans le pays 2. Ce dernier effet introduit des complications que nous ne traiterons pas ici. Il est toutefois possible d'établir qu'il existe un équilibre à seuil dans le pays 1 : les agents retirent s'ils observent un signal inférieur à un seuil et gardent leur investissement s'ils observent un signal supérieur à ce seuil.

Pour terminer l'analyse, il convient d'étudier la contagion du pays 1 vers le pays 2. Si les fondamentaux du pays 2 sont très mauvais, il y aura une panique bancaire indépendamment de la situation dans le pays 1. Symétriquement, si les fondamentaux sont très bons, il n'y aura pas de panique dans le pays 2. Pour les paramètres intermédiaires, on peut établir qu'il y aura une panique dans le pays 2 si et seulement si il y en a eu une au préalable dans le pays 1. Le mécanisme à l'origine de cette contagion est un effet richesse : une panique dans le pays 1 réduit la richesse des investisseurs et, dans le cas étudié, contribue à augmenter l'aversion vis-à-vis du risque des investisseurs (il est supposé que ceux-ci ont une aversion vis-à-vis du risque décroissante avec la richesse). Une crise dans le pays 1 conduit donc à plus de prudence dans les choix effectués dans le pays 2. Ils auront donc tendance à choisir des actions moins risquées, en l'occurrence retirer leur investissement qui leur donne un rendement certain. L'incitation à détenir l'investissement jusqu'à maturité est donc moindre que si aucune panique bancaire n'avait eu lieu dans le pays 1 : c'est en ce sens que la contagion se produit. Un des points intéressants de cette contagion est qu'a priori les deux pays sont indépendants (les chocs les frappant sont indépendants). Le lien entre eux provient de la diversification des portefeuilles des agents.

Comme dans le modèle précédent, le caractère auto-réalisateur des anticipa-

tions conduit à une multiplicité d'équilibres si elles ne sont pas ancrées sur des fondamentaux. En permettant cet ancrage via l'introduction d'un signal bruité que les agents possèdent sur les fondamentaux, il est possible de restaurer l'unicité de l'équilibre, selon la technique des "global games". Enfin, la contagion, qui consiste à relier la possibilité de crise bancaire (basée sur des anticipations auto-réalisatrices) dans un pays à ce qui s'est produit dans l'autre pays (là encore sur la base d'anticipations auto-réalisatrices) provient du lien introduit entre les pays du fait de la diversification des portefeuilles des investisseurs. Une autre application des "global games" en finance, cette fois-ci dans le cadre de crise de change a été développée par Morris et Shin (1998), que nous ne détaillerons pas ici. Nous renvoyons le lecteur à la revue de littérature de Cornand (2004)<sup>6</sup>.

## 5 Conclusion

Ce court article avait pour but de montrer comment, dans le cadre d'applications, évidemment assez stylisées, les techniques des "global games" rappelées dans la première section, pouvaient s'appliquer pour donner des prédictions qualitatives fortes sur la nature des équilibres observés. Reste que ces applications n'ont pour l'instant donné lieu qu'à peu d'études économétriques (voir cependant Guimaraes (2005)). Il est clair que tester les mécanismes de sélection d'équilibre illustrés ici n'est pas simple : il faut notamment avoir des données sur les anticipations des agents. Celles-ci peuvent être extraites de données financières par exemple mais on peut aussi imaginer que l'utilisation de données portant directement sur les anticipations des agents, telles que collectées dans le Survey of Economic Expectations par exemple, serait intéressante pour tester les constructions théoriques. La difficulté de la tâche provient toutefois de la collecte d'anticipations dans un cadre stratégique.

Par ailleurs, l'importance démontrée de la spécification des anticipations dans ces modèles conduit naturellement à se pencher sur les sources d'information des acteurs. Quelques articles ont traité de ce problème, mettant en cause l'optimalité

---

<sup>6</sup>Voir également Cornand et Heinemann (2005), Keister (2005), Guimaraes (2005).



de révéler de manière publique des informations plus ou moins précises (voir Morris et Shin (2002), Cornand et Heinemann (2004)). A ce stade, il est difficile d'évaluer la portée de ceux-ci. On peut toutefois relever avec Morris et Shin que cet enjeu est extrêmement important comme en atteste le débat au Japon sur le fait de savoir si les chiffres préliminaires du PIB devaient être annoncés : en termes plus généraux est-il mieux de diffuser rapidement une information imprécise ou d'attendre un peu plus avant de diffuser une information de meilleure qualité ?

Il a déjà été reconnu que lorsque les enjeux stratégiques sont importants, le fait que l'information soit publique peut avoir un impact très grand, voire disproportionné par rapport à son contenu objectif. Les informations financières ou celles dévoilées par les banques centrales sont un exemple évident. Dans son livre Chwe (2003) donne un exemple plus anecdotique mais tout aussi révélateur : les annonceurs (américains) sont prêts à payer des spots télévisés pour les biens dans lesquels l'aspect social est important (tels que les ordinateurs, la bière, les pizzas et le vin dans son étude) à un prix beaucoup plus élevé par téléspectateur que pour des biens ordinaires tels les céréales ou les déodorants. L'explication proposée est que pour la première catégorie de bien, l'utilité du bien pour un agent augmente avec le nombre d'agents qui ont acheté le bien, que ce soit pour des raisons technologiques comme pour l'ordinateur, ou pour des raisons sociales pour la bière et les pizzas... Lorsqu'un téléspectateur voit un spot lors d'une interruption publicitaire au cours d'une émission populaire, il sait que ce spot est vu par un grand nombre de consommateurs potentiels, ce qui rend le produit d'autant plus attractif. Les annonceurs, comprenant ce phénomène, sont alors prêts à payer plus pour le spot.

Comme la bibliographie de cet article l'atteste, les applications des techniques de jeux globaux sont encore très récentes et en plein essor. L'importance des enjeux, notamment en matière de révélation d'information, est suffisante pour penser que l'on en est encore qu'au début et que de nombreux développements verront le jour rapidement.

## Références

- BURDZY, K., D. FRANKEL, ET A. PAUZNER (2001) : “Fast Equilibrium Selection by Rational Players Living in a Changing World,” *Econometrica*, 68, 163–190.
- CARLSSON, H., ET E. VAN DAMME (1993) : “Global Games and Equilibrium Selection,” *Econometrica*, 61, 989–1018.
- CASS, D., ET K. SHELL (1983) : “Do sunspots matter?,” *Journal of Political Economy*, 91, 193–227.
- CHWE, M. (2003) : *Rational Ritual : Culture, Coordination, and Common Knowledge*. Princeton University Press.
- CORNAND, C. (2004) : “La coordination des acteurs lors d’une attaque spéculative : l’apport des jeux globaux,” *Revue d’Economie Politique*, 114(6), 793–820.
- CORNAND, C., ET F. HEINEMANN (2004) : “Optimal Degree of Public Information Dissemination,” mimeo.
- (2005) : “Speculative Attacks with Multiple Sources of Public Information,” mimeo.
- DASGUPTA, A. (2004) : “Financial Contagion through Capital Connections : A Model of the Origin and Spread of Bank Panics,” *Journal of the European Economic Association*, 2, 1049–1084.
- DAVIS, D., ET D. WEINSTEIN (2004) : “A search for multiple equilibria in urban industrial structure,” Working Paper 10252, NBER.
- FRANKEL, D., S. MORRIS, ET A. PAUZNER (2003) : “Equilibrium Selection in Global Games with Strategic Complementarities,” *Journal of Economic Theory*, 108, 1–44.
- FRANKEL, D., ET A. PAUZNER (2002) : “Expectations and the Timing of Neighborhood Change,” *Journal of Urban Economics*, 51, 295–314.

- GOLDSTEIN, I., ET A. PAUZNER (2004) : “Contagion of Self-Fulfilling Financial Crises Due to Diversification of Investment Portfolios,” *Journal of Economic Theory*, 119, 151–183.
- (2005) : “Demand-Deposit Contracts and the Probability of Bank Runs,” *The Journal of Finance*, 60, 1293–1327.
- GUIMARAES, B. (2005) : “Expectations before the Brazilian currency crises of 1999,” mimeo, London School of Economics.
- KEISTER, T. (2005) : “Expectations and Contagion in Self-Fulfilling Currency Attacks,” Discussion Paper 05-01, Centro de Investigación Económica, ITAM.
- MORRIS, S., ET H. SHIN (1998) : “Unique Equilibrium in a Model of Self-fulfilling Currency Attacks,” *American Economic Review*, 88, 587–597.
- (2002) : “The Social Value of Public Information,” *American Economic Review*, 92, 1521–1534.
- (2003) : “Global Games : Theory et Applications,” in *Advances in Economics and Econometrics : Theory et Applications*, ed. M. Dewatripont, L. Hansen, et S. Turnovsky, vol. 1, pp. 56–114. Cambridge University Press, London.
- ROCHET, J., ET X. VIVES (2004) : “Coordination Failures and the Lender of Last Resort : Was Bagehot Right after all?,” *Journal of the European Economic Association*, 6, 1116–1147.
- RUBINSTEIN, A. (1989) : “The Electronic Mail Game : Strategic Behavior under Almost Common Knowledge,” *American Economic Review*, 79, 385–391.
- SHELLING, T. (1960) : *Strategy of Conflict*. Harvard University Press.
- VIVES, X. (2005) : “Complementarities and Games : New Developments,” *Journal of Economic Literature*, 43, 437–479.
- WEINSTEIN, J., ET M. YILDIZ (2004) : “Finite-order implications of any equilibrium,” mimeo, MIT.

YOUNG, P. (1998) : *Individual Strategy and Social Structure*. Princeton University Press.